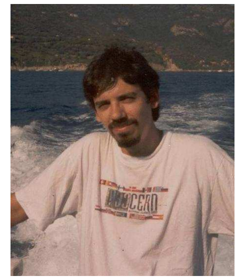
Brisure de supersymétrie dans le modèle de dimensions supplémentaires de Randall-Sundrum

N. Chatillon

Brisure de supersymétrie dans le modèle de dimensions supplémentaires de Randall-Sundrum



Nicolas CHATILLON
CEA-Saclay, Service de Physique Théorique, Gif-sur-Yvette

Résumé

Après une introduction générale aux différents modèles de dimensions supplémentaires, je présente brièvement la supersymétrie et donne un aperçu rapide de mes travaux sur le sujet particulier du modèle de Randall-Sundrum supersymétrique.

2.1 Introduction

Bien que le Modèle Standard de la physique des particules décrive actuellement avec une excellente précision expérimentale l'ensemble des interactions fondamentales non gravitationnelles jusqu'à des énergies de l'ordre de la centaine de GeV, il souffre encore de difficultés techniques et esthétiques qui poussent à lui rechercher des alternatives, voire une théorie sous-jacente plus fondamentale.

Pour commencer, nous ne disposons pas encore d'une théorie quantique de la gravitation. La théorie des supercordes représente cependant une des voies les plus prometteuses dans cette direction, en plus d'un espoir d'unification des particules connues, au prix d'hypothèses physiques assez aventureuses comme l'existence de dimensions d'espace supplémentaires et de la supersymétrie.

L'existence du pôle de Landau de l'électrodynamique quantique, qui est la très haute énergie où sa constante de couplage divergerait, joue aussi en faveur de la considération du Modèle Standard comme une simple théorie effective valable en-dessous d'une certaine énergie de coupure.

Ensuite, plusieurs problèmes de hiérarchie entachent le Modèle Standard :

- l'extrême faiblesse de la constante cosmologique observée, problème relié à la gravité quantique ;
- le vaste écart entre échelle électrofaible et l'échelle de Planck ("hiérachie de jauge"), que tente de justifier la supersymétrie à basse énergie ;
- la forte hiérarchie dite de saveur entre masses de fermions, du neutrino au quark top, est également peu naturelle.

Enfin, sur un plan purement esthétique, il reste un certain nombre de paramètres libres et de choix apparemment *ad hoc* : masses et représentations des quarks et leptons, constantes de couplage et groupes de jauge, potentiel du champ de Higgs, angles de mélange, phases de violation de CP, nombre de générations, quantification des charges...

Nous allons nous intéresser ici à deux directions d'extension du Modèle Standard : l'existence de dimensions d'espace supplémentaires, et leur version supersymétrique. Cette symétrie étant brisée dans le monde que nous observons, nous donnerons aussi un aperçu de notre travail consistant à étudier comment se produit cette brisure dans le contexte d'un modèle de dimensions supplémentaires particulier.

2.2 Des dimensions cachées

2.2.1 Motivations

Les motivations pour les dimensions supplémentaires sont de deux natures. L'approche *top-down* se fonde sur la théorie des supercordes [1], dans laquelle on remplace les objets fondamentaux que sont les particules ponctuelles par des cordes microscopiques, dont les différents états de vibration quantiques correspondent à autant de particules différentes. Le graviton, quantum du champ gravitationnel de spin 2 non massif, fait partie des particules ainsi générées, mais aussi le photon (vecteur non massif), ainsi notamment que des fermions et des scalaires. Si l'aspect unificateur est évident, l'intérêt est surtout de produire une théorie quantique de la gravitation, certes perturbative, mais renormalisable, ce que la théorie des champs traditionnelle n'a pas pu réaliser. Mais le coût d'une telle théorie est important. Tout d'abord, l'existence de fermions dans son spectre et l'absence de tachyons (signes d'instabilité) imposent à la théorie d'être supersymétrique, d'où le "super" de la supercorde. Une symétrie puissante entre bosons et fermions, qui a ses avantages, mais qu'il faudra briser de manière réaliste, ce qui est non trivial. Ensuite, la consistence interne quantique de la théorie (l'annulation de l'anomalie conforme) requiert 10 dimensions d'espace-temps (ou 26 pour la corde bosonique ne générant pas de fermions). Six dimensions spatiales doivent donc être cachées à notre vue par diverses astuces, comme par exemple l'enroulement sur elles-mêmes avec un très petit rayon, appelé *compactification.* Notons que ce cadre conceptuel impose donc des dimensions supplémentaires supersymétriques.

Les dimensions supplémentaires peuvent aussi être traitées comme théories des champs ordinaires sans référence aux supercordes, ou comme théories des champs effectives de basse énergie, et utilisées comme nouvelle arène physique pour s'attaquer aux problèmes du Modèle Standard. Dans ce cas, leur nombre peut être variable.

2.2.2 Zoologie

On dénombre plusieurs grandes catégories de modèles :

– Les dimensions supplémentaires *universelles* : tous les champs peuvent s'y propager. Matière, bosons de jauge, champ de Higgs, éléments de mobilier et ustensiles de cuisine divers... La seule manière de justifier leur flagrante non observation est d'avoir recours à la compactification : l'enroulement des dimensions excédentaires en microscopiques cercles, intervalles, sphères, hypertores, ou espaces de Calabi-Yau... selon leur nombre. Ainsi, en chaque point de notre espace-temps 4d se trouveraient des degrés de liberté spatiaux cachés sous la forme de petits cercles par exemple, et dans lesquels nous serions “étalés”. Le rayon de ce cercle caché peut dépendre du point 4d, ce qui en fait de manière effective un champ scalaire appelé radion, vivant en 4d. En plus de dimensions, il suffit d'introduire plus de champs pour décrire la forme de l'espace caché en chaque point.
Si nous sommes étalés dans, disons, une 5^e dimension, quelle y est notre forme ? Décomposons un champ vivant en 5d, de masse carrée $m_{5d}^2 = -p_a p^a = -p_\mu p^\mu - (p_5)^2$ (μ=1..4, a=1..5) en série de Fourier :

$$\phi(x^\mu, x^5) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \phi_n(x^\mu) exp(i\frac{2\pi n x^5}{L}) \qquad (2.1)$$

Chaque mode $\phi_n(x^\mu)$ a donc une impulsion extra-dimensionnelle déterminée $p_5 = \frac{2\pi n}{L}$, qui va contribuer à sa masse effective 4d, car cette dernière est définie à partir de l'impulsion 4d uniquement :

$$(m^2)_{4d}^{mode\ n} = -p_\mu p^\mu = m_{5d}^2 + (\frac{2\pi}{L})^2 n^2 \qquad (2.2)$$

Conclusion : un champ 5d $\phi(x^\mu, x^5)$ est équivalent à une infinité de champs 4d $\phi_n(x^\mu)$ de masses échelonnées à intervalles presque réguliers : les *modes de Kaluza-Klein* (KK) (voir [2] pour une revue). Si les particules connues sont considérées comme les “modes zéro” (de n=0, les moins massifs), pourquoi n'observe-t-on pas les modes supérieurs de KK, similaires mais plus massifs ? Justement car ils doivent être trop massifs pour être produits. Par exemple pour $m_{5d} \ll \frac{2\pi}{L}$, le mode $n = 1$ a une masse non observée en accélérateur donc en ordre de grandeur supérieure à 10^{2-3} GeV : $m_{4d} \approx \frac{2\pi}{L} \geq 10^{2-3} GeV$ ce qui nous donne une borne supérieure de l'ordre de 10^{-16} m pour la taille de la 5^e dimension.

– Les *mondes branaires* (voir [3] pour une revue) : dans ces modèles, tous les champs sauf la gravité sont confinés sur une "membrane" à 4 dimensions d'espace-temps, notre univers accessible, plongée dans un espace-temps à 4+n dimensions. La physique non gravitationnelle est donc standard, 4d,

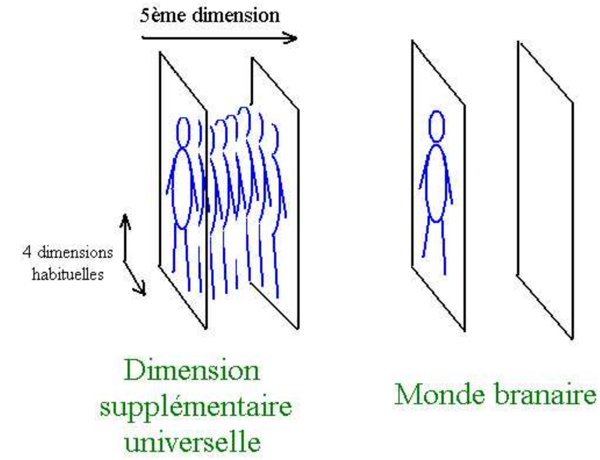


FIG. 2.1 – Différents types de dimensions supplémentaires.

et seul le graviton doit subir une décomposition de Kaluza-Klein. La différence fondamentale avec la catégorie précédente est qu'alors que les interactions du Modèle Standard ont été sondées jusqu'à 1-10 TeV^{-1}, la gravité n'est connue expérimentalement qu'aux échelles macroscopiques, jusqu'au mm environ, via les vérifications de la loi de Newton en $1/r^2$. Le mm est donc la borne supérieure (énorme !) sur la taille des dimensions transverses à notre membrane ([4] est un modèle populaire de ce type).
Les mondes branaires sont aussi inspirés des supercordes, dans le sens où la théorie contient naturellement des objets confinés sur des sous-espaces appelés *branes*. Par exemple, les D-branes (D pour conditions aux limites de Dirichlet) sont des sous-espaces où peuvent être contraintes à se déplacer les extrémités des cordes ouvertes. Par contre, les cordes fermées (petites boucles), générant notamment le graviton, ne sont pas localisées et peuvent remplir tout l'espace-temps.

– Les *mondes branaires courbés* : ils sont semblables à la catégorie précédente sauf que le volume extra-dimensionnel, au lieu d'être vide, contient une constante cosmologique $\Lambda < 0$ (énergie du vide négative), généralisation la plus simple. On considère souvent le cas d'une seule dimension supplémentaire ayant la forme d'un intervalle bordé par deux branes 4d, sur l'une desquelles nous vivons. L'espace-temps 5d n'est plus plat mais gauchi par la constante cosmologique. Il est de type anti-de Sitter, à courbure constante négative :

$$ds^2 = exp(-2kx^5)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + (dx^5)^2. \qquad (2.3)$$

Il est possible de placer des constantes cosmologiques T_1 et T_2 localisées sur les branes, ou "tensions", de manière à ce que leur géométrie interne soit plate (métrique induite minkowskienne), approximation grossière de notre univers dont la

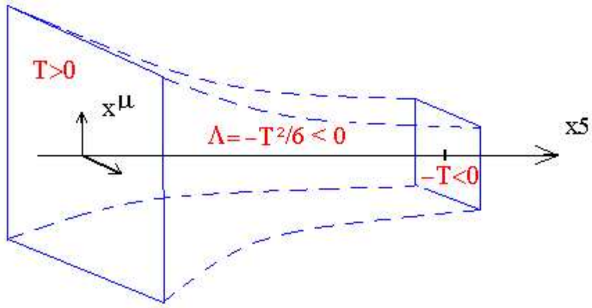


FIG. 2.2 – Modèle de Randall-Sundrum : nous vivons sur la brane de tension négative, à droite.

courbure est effectivement très faible comparée aux échelles de la physique des particules. Mais pour cela les tensions des deux branes et la constante cosmologique 5d doivent vérifier certains ajustements fins un peu *ad hoc*. La configuration obtenue est le modèle de Randall-Sundrum [5].

2.2.3 Une application : le problème de hiérarchie de jauge

Le problème est celui du vaste écart entre l'échelle de brisure électrofaible, donnée par la masse du W $M_W \simeq 100$ GeV, et l'échelle de Planck $M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \simeq 10^{19} GeV$. Au-delà de cette dernière échelle, caractéristique de la gravitation quantique, le Modèle Standard est supposé perdre sa validité. Un rapport d'échelles fondamentales de 10^{-15} peut sembler peu naturel en soi, mais la difficulté est aggravée par le fait que les corrections quantiques tendent à ramener l'échelle électrofaible jusqu'à M_{Pl} en ordre de grandeur, car aucune symétrie n'atténue ces corrections.

La solution proposée par le modèle de Randall-Sundrum se base sur le fait que toutes les masses mesurées sur notre brane (sauf M_{Pl}, qui est reliée à la gravitation), donc entre autres M_W, sont exponentiellement réduites d'un très grand facteur $exp(-kL)$ par rapport à leur valeur fondamentale naturelle, qui est M_{Pl}. L est ici la longueur de la 5^e dimension, et k mesure sa courbure. Ceci est dû au facteur d'échelle $exp(-kx^5)$ apparaissant dans la métrique (2.3), et évalué sur notre brane en $x^5 = L$. En effet :

$$m^2_{effective} = -\eta^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = -exp(-2kL) g^{\mu\nu}_{5d} p_\mu p_\nu \quad (2.4)$$

Mais la masse fondamentale est définie à partir de la métrique 5d complète :

$$\begin{aligned} .... &= exp(-2kL)(-p^2)_{5d} = exp(-2kL)(m^2)_{5d} \\ &\sim exp(-2kL) M^2_{Pl} \qquad (2.5) \end{aligned}$$

Donc, en introduisant un nombre adimensionnel raisonnable dans la théorie, $kL \approx 35$, on obtient un rapport $\frac{M_W}{M_{Pl}} \approx exp(-kL) \approx 10^{-15}$. Il n'y a plus de hiérarchie car M_W n'est plus une échelle fondamentale, mais dérivée de M_{Pl}.

Notons que cette résolution dépend crucialement de la valeur de L, qui ne peut être arbitraire. Or, comme on l'a dit, dans la théorie effective à 4 dimensions, la taille L de la 5^e dimension est un champ scalaire $L(x^\mu)$, le radion, qui peut varier arbitrairement car il se trouve ne pas avoir de potentiel pour le stabiliser autour de $L \approx 35/k$. Nous verrons plus loin comment générer un potentiel pour le radion par brisure de supersymétrie.

2.3 Une super symétrie

La supersymétrie [6] est une hypothétique symétrie de la Nature reliant bosons et fermions. Cette puissante symétrie (la plus vaste possible sous certaines hypothèses raisonnables) implique qu'à chaque particule connue du Modèle Standard (et de la gravitation pour la version locale de la supersymétrie) soit associé un superpartenaire de mêmes propriétés (masse, charges, etc.) mais de spin différant d'1/2 :

- quarks, leptons → squarks, sleptons scalaires
- bosons de jauge γ, $W^\pm$, Z^0, gluons → jauginos de spin 1/2
- bosons de Higgs scalaires → higgsinos de spin 1/2
- graviton de spin 2 → gravitino de spin 3/2 (vecteur-spineur)

Or tous ces superpartenaires ne sont pas observés. S'ils existent, ils doivent donc être trop lourds, et donc ne pas avoir la même masse que leurs partenaires du Modèle Standard. La supersymétrie est donc brisée. Il existe une extension supersymétrique minimale du Modèle Standard (le *MSSM*), contenant une centaine de paramètres libres car elle ne détaille pas l'origine fondamentale du mécanisme de brisure et envisage toutes les possibilités. Notre travail consiste à expliquer cette brisure dans le cadre du modèle de Randall-Sundrum supersymétrisé et ses extensions.

Un des intérêts de la supersymétrie est d'atténuer très fortement les corrections quantiques dangereuses. Par exemple, les corrections quantiques à l'échelle électrofaible (à la masse du Higgs, plus précisément) sont fortement divergentes (quadratiquement en l'énergie de coupure, de l'ordre de M_{Pl}), et tendent à ramener naturellement cette masse à M_{Pl} à moins d'ajustements fins peu naturels. En supersymétrie, ces corrections quantiques se compensent entre bosons et fermions partenaires, de sorte que la divergence est atténuée (au pire logarithmique), et il n'y a plus d'ajustement fin nécessaire.

Elle possède d'autres attraits : elle permet une meilleure unification des constantes de couplage vers 10^{16} GeV (chère à la Grande Unification), est une conséquence naturelle de la théorie des supercordes, fournit un candidat à la matière noire, donne un mécanisme explicite de brisure radiative de symétrie électrofaible (pourquoi $V(Higgs)$ est-il instable en 0 ?)...

2.4 Brisure de supersymétrie dans le modèle de Randall-Sundrum

La supersymétrie présente des intérêts bien spécifiques pour le modèle de Randall-Sundrum. Rappelons d'abord que la théorie des supercordes prédit des dimensions supplémentaires supersymétriques. De plus, on a vu (figure 2.2) que le modèle exigeait certains ajustements peu naturels entre ses paramètres pour obtenir un univers observable à peu près plat ; ces ajustements se trouvent être une conséquence automatique de la supersymétrie[1] !

Notre mécanisme de brisure de supersymétrie [7] consiste donc à désajuster légèrement (de δT) ces relations entre tensions des branes $\pm T$ et constante cosmologique 5d Λ : $T = \sqrt{-6\Lambda} - \delta T$. Du point de vue 5d, l'effet va être de "pencher" les branes, "verticales" au départ (figure 2.2), dans la 5^e dimension. Dans la théorie effective 4d, on va ainsi générer un potentiel pour le radion proportionnel au désajustement δT, ce qui va notamment nous éviter d'avoir un champ scalaire de masse nulle dans notre théorie, cas exclu expérimentalement par les expériences sur les généralisations dites "tenseur-scalaire" de la Relativité Générale.

2.5 Conclusion

Les dimensions supplémentaires supersymétriques sont à la fois prédites par certaines extensions du Modèle Standard, et un outil puissant, depuis peu testable expérimentalement, pour s'attaquer au problèmes existants. Dans le cadre des modèles à la Randall-Sundrum, nous travaillons aussi à l'extension aux cas les plus généraux possibles : ajout de divers champs dans le volume 5d, gravitation de Gauss-Bonnet, termes dits de "gravité induite" sur les branes... ainsi qu'à la phénoménologie en collisionneur de ces généralisations.

Remerciements

Je souhaite remercier les organisateurs de ces très instructives et agréables JJC 2003, de même que les coordinateurs de la session Théorie des Particules, Philippe Brax et Karim Benakli. J'y joins une pensée émue pour les canards de La Roche...

Références

[1] S. Förste, *String, branes and extra dimensions*, Fortsch.Phys. 50 (2002) 221-403 ; J. Polchinski, *String theory (2 vol.)*, Cambridge university press (2002).

[2] M.J. Duff, *Kaluza-Klein theory in perspective* (1994) [arXiv :hep-th/941046].

[3] V. Rubakov, *Large and infinite extra dimensions*, Phys.Usp. 44 (2001) 871-893, Usp.Fiz.Nauk 171 (2001) 913-938.

[4] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos et G. Dvali, *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, Phys.Lett. B429 (1998) 263-272.

[5] L. Randall et R. Sundrum, *A large mass hierarchy from a small extra dimension*, Phys.Rev.Lett. 83 (1999) 3370-3373 ; *An alternative to compactification*, Phys.Rev.Lett. 83 (1999) 4690-4693.

[6] M. Drees, *An introduction to supersymmetry* [arXiv :hep-ph/96111409] ; S. Weinberg, *The quantum theory of fields vol. 3 - Supersymmetry*, Cambridge university press (2000).

[7] Ph. Brax et N. Chatillon, *Detuned branes and supersymmetry breaking*, JHEP 0312 (2003) 026.

[1]Bien qu'il existe en réalité certaines constructions explicitement supersymétriques plus récentes ne nécessitant pas ces ajustements.